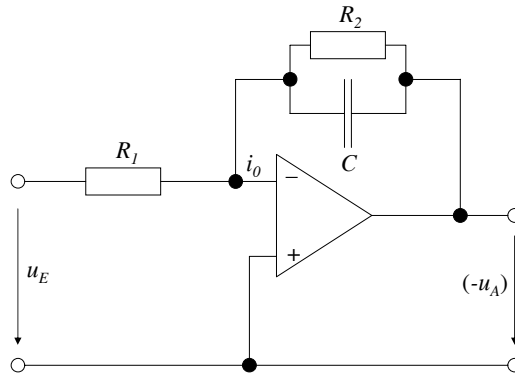


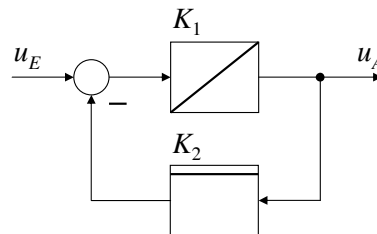
Aufgabe 2: Modellierung eines elektrischen Systems

Für die nachfolgende Operationsverstärker-Schaltung soll ein mathematisches Modell erstellt werden. Eingangsgröße ist die Spannung u_E , Ausgangsgröße ist die Spannung $-u_A$.



Nehmen Sie den Operationsverstärker als ideal an, d. h. seine Verstärkung sei unendlich groß und der Strom i_0 verschwinde.

- Geben Sie die Differentialgleichung, die das System beschreibt, an. Von welchem Typ ist diese Differentialgleichung ?
- Stellen Sie das Systemverhalten mit Hilfe eines Übertragungsgliedes dar.
- Zeigen Sie, dass das System auch durch das nachstehende Blockschaltbild beschrieben wird. Wie ist dazu K_1 und K_2 zu wählen ?

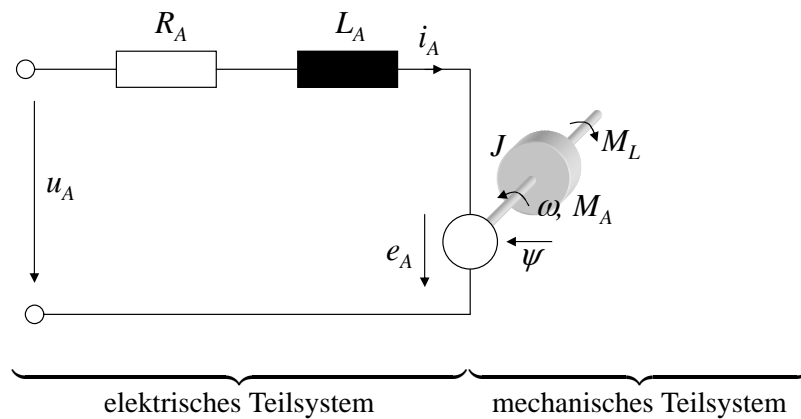


Aufgabe 3: Modellierung eines elektromechanischen Systems

Eine fremderregte Gleichstrommaschine treibt über eine Antriebswelle mit dem Trägheitsmoment J eine Last mit dem Lastmoment M_L an (siehe nachstehendes Bild). Stellen Sie ein mathematisches Modell des Systems in Form eines Blockschaltbildes auf.

- Geben Sie die Differentialgleichung, die das elektrische Teilsystem beschreibt, an. Zeichnen Sie das zugehörige Blockschaltbild. (Eingänge: u_A , e_A , Ausgang: i_A)
- Die beiden folgenden Gleichungen beschreiben den Zusammenhang zwischen elektrischem und mechanischem Teilsystem. Das Antriebsmoment M_A ist proportional zum Ankerstrom i_A

$$M_A = c \psi i_A ,$$



die induzierte Urspannung e_A ist proportional zur Drehzahl ω :

$$e_A = c \psi \omega$$

(c ist die sogenannte Maschinenkonstante, ψ der Hauptfluß.)

Erweitern Sie das Blockschaltbild aus Aufgabenteil a) entsprechend. Was sind die neuen Ein- und Ausgangsgrößen ?

c) Für das aufgrund der Trägheit der Welle auftretende Moment gilt

$$M_J = J \frac{d\omega}{dt},$$

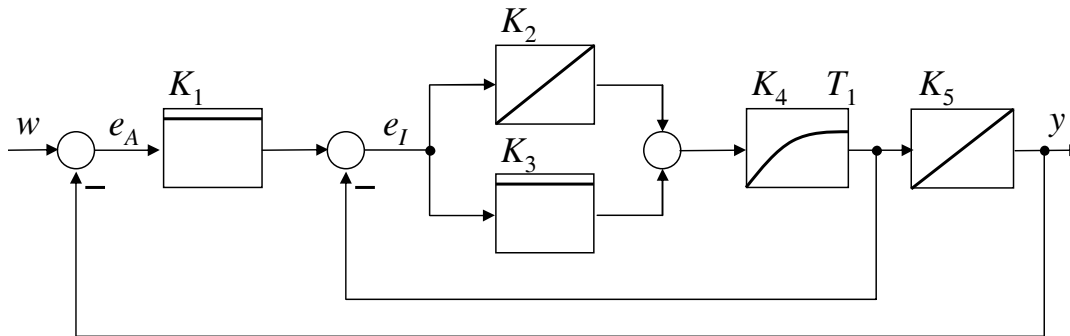
das Lastmoment wird als proportional zur Drehzahl angenommen:

$$M_L = K \omega$$

Bilanzieren Sie die an der Welle angreifenden Momente, und erweitern Sie das Blockschaltbild um das mechanische Teilsystem.

Aufgabe 4: Bestimmung der DGL aus dem Blockschaltbild

Das nachstehende Blockschaltbild beschreibt die Struktur einer Kaskadenregelung, die häufig in der Industrie bei der Regelung von Drehzahl und Lage von Antrieben (Motorwinkel und -drehzahl) Einsatz findet. Dabei ist $e_A(t)$ die Regeldifferenz des äußeren Lageregelkreises, und $e_I(t)$ die Regeldifferenz der inneren Drehzahlregelung.



Wie lautet die zugehörige Differentialgleichung zwischen der Regelgröße $y(t)$ und der Führungsgröße $w(t)$?

Aufgabe 5: Lösen von Differenzialgleichungen

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = u(t), \quad a_0, a_1 \in \mathbb{R} \quad .$$

- a) Berechnen Sie für das Anfangswertproblem $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0$ die Zeitantwort $y(t)$, falls die Eingangsfunktion $u(t)$ verschwindet, d.h. $u(t) \equiv 0$, mit den folgenden Koeffizientenkombinationen:

$a_0 =$	1	2	0	0	2
$a_1 =$	2	-3	2	0	-2

- b) Berechnen Sie für das Anfangswertproblem $y(0) = \dot{y}(0) = 0$ die Zeitantwort $y(t)$, falls die Eingangsfunktion $u(t)$ durch die Sprungfunktion mit Sprunghöhe u_0 gegeben ist, d. h.

$$u(t) = \begin{cases} u_0 & \text{für } t \geq 0, \\ 0 & \text{für } t < 0, \end{cases}$$

mit den Koeffizienten $a_0 = 1$, $a_1 = 2$.

Aufgabe 6: Dynamisches Verhalten des PT₂-Gliedes

Ein dynamisches System ist durch folgende Differentialgleichung definiert:

$$T_2^2 \ddot{y}(t) + T_1 \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$$

- Unter welcher Bedingung ist das System schwingungsfähig?
überführen Sie die Differentialgleichung des Systems in die Darstellung eines PT₂-Gliedes entsprechend des Skriptes auf Seite 14.
- Bestimmen Sie die Sprungantwort $h(t)$ des schwingungsfähigen PT₂-Gliedes.
- Zeigen Sie, dass sich die Sprungantwort in der Form

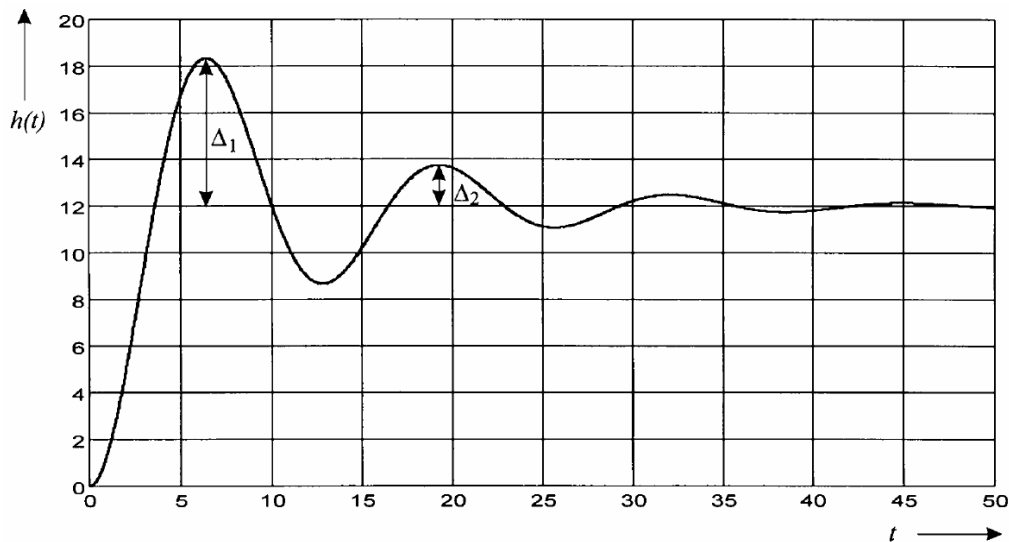
$$h(t) = K \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\frac{d}{T}t} \sin(\omega t + \psi) \right)$$

mit $\omega_0 = \frac{1}{T}$

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - d^2}$$

$$\tan \psi = \frac{\sqrt{1 - d^2}}{d}$$

darstellen lässt.



Obige Abbildung zeigt die Sprungantwort eines Systems, das näherungsweise durch ein PT₂-Verhalten beschrieben werden kann. Wie lautet die Differentialgleichung?

- Bestimmen Sie den Verstärkungsfaktor K .
- Aus dem Überschuss Δ_1 und Δ_2 (siehe Bild) kann die Dämpfung d bestimmt werden. Wie lautet der allgemeine Zusammenhang und welchen Wert hat d hier?
- Bestimmen Sie die Periodenlänge $\tau = 2\pi/\omega$ und daraus T .