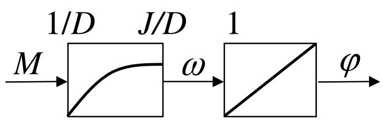
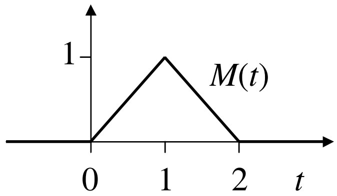
Aufgabe 7: Analyse dynamischer Systeme im Zeitbereich

Für eine mikromechanischen Stellantrieb wird eine Achsregelung entworfen. Eingangsgröße ist das Motormoment M, als Ausgangsgröße wird der Achswinkel φ gewählt. Das effektive Trägheitsmoment des Antriebs wird mit J, eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfung mit D bezeichnet. Die Strecke wird durch das im Bild (links) dargestellte Blockschaltbild beschrieben.





a) Bestimmen Sie für die Gewichtsfunktionen $g_1(t)$ des PT_1-Gliedes und $g_2(t)$ des I-Gliedes aus den Faltungsintegralen

$$\begin{aligned}\omega(t) &= \int_0^t g_1(t-\tau)\, M(\tau)\, d\tau \\ \varphi(t) &= \int_0^t g_2(t-\tau)\, \omega(\tau)\, d\tau\,.\end{aligned}$$

b) Zeigen Sie, dass für die Gewichtsfunktion der Reihenschaltung zweier linearer Regelkreisglieder

$$g(t) = g_1(t) * g_2(t)$$

gilt. Wie lautet die Gewichtsfunktion $g(t)$ der gesamten obigen Strecke ?

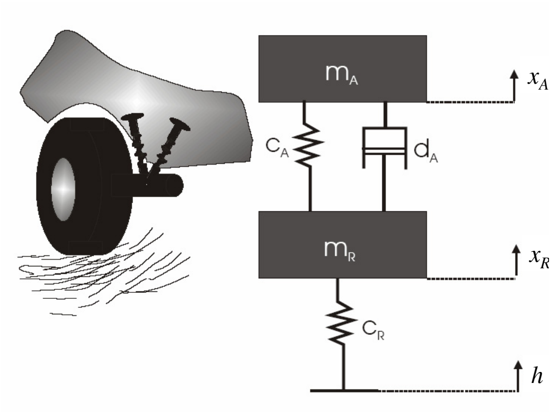
c) Berechnen Sie mit Hilfe des Faltungsintegrals die Systemantwort $\varphi(t)$, wenn als Eingangssignal die Sprungfunktion $M(t) = \sigma(t)$ anliegt.

d) Berechnen Sie für das in vorstehendem Bild (rechts) abgebildete Eingangssignal $M(t)$ das Ausgangssignal $\varphi(t)$ für $D = 0.5$ und $J = 0.25$.
(**Hinweis:** Verwenden Sie das Superpositionsprinzip für lineare Systeme.)

Aufgabe 8: Modellierung im Zustandsraum

Zur Beurteilung der Federungseigenschaft eines Autos hat sich das einfache Zweimassenmodell bewährt, da es trotz gewisser Vereinfachungen einige grundsätzliche Fragen zu klären hilft.

Nachstehendes Bild zeigt das Zweimassenmodell mit Feder und Dämpferelement (c_A, d_A) zwischen der Aufbaumasse m_A und der Radmasse m_R . Der Reifen hat die Federkonstante c_R, die Reifendämpfung ist vernachlässigbar. In der Ruhelage wird die Wirkung der Schwerkraft durch die Vorspannung der Federelemente kompensiert. Die Bewegung des Systems wird mit den Auslenkungen aus der Ruhelage $x_A(t)$ und $x_R(t)$ beschrieben. Als Erregungsfunktion tritt die Bodenwelligkeit $h(t)$ auf.



a) Bestimmen Sie die Differenzialgleichungen in $x_R(t)$ und in $x_A(t)$.

b) Beschreiben Sie das System in Zustandsraum-Darstellung:

$$\underline{\dot{x}}(t) = \underline{A} \cdot \underline{x}(t) + \underline{B} \cdot u(t)$$

Geben Sie dazu die Systemmatrix, die Eingangsmatrix, den Zustandsvektor und die Eingangsgröße $u_(t)$ an.

Aufgabe 9: Systemantwort

Die Übertragungsfunktion eines Systems lautet:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(1 + T \cdot s)^2}$$

Auf dieses System wird als Eingangsgröße ein Einheitssprung $u(t) = \sigma(t)$ aufgeprägt. Ermitteln Sie den Zeitverlauf der Sprungantwort

a) durch eine Faltung im Zeitbereich,

b) im Bildbereich mit anschließender Rücktransformation in den Zeitbereich.

Aufgabe 10: DGL, Übertragungs- und Gewichtsfunktion eines Systems

Ein dynamisches System wird durch die Differenzialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -3x_1(t) - 7x_2(t) - 5x_3(t) + u(t) \end{aligned}$$

und die Ausgangsgleichung $y(t) = 2x_1(t)$ beschrieben.

a) Berechnen Sie mit Hilfe der Übertragungsfunktion $G(s) = Y(s)/U(s)$ die zugehörige Gewichtsfunktion $g(t)$.

b) Berechnen Sie den Endwert der Systemantwort $\lim_{t\to\infty} y(t)$, wenn das System mit dem Einheitssprung $u(t) = \sigma(t)$ angeregt wird.