Vorlesung Systemtheorie und Regelungstechnik (SR)
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg – Sommersemester 2014

Übungsblatt 5: Charakteristisches Polynom und Stabilität

(Abgabe am 18.6.2014, 8:15, im Hörsaal, oder früher in Geb. 102, 1. Stock, Anbau, hinten links)

Prof. Dr. Moritz Diehl

---

1. Betrachten Sie ein System, dass durch die Eingangs-Ausgangs-Differentialgleichung
$$T^2\dddot{y} + 2dT\ddot{y} + \dot{y} + \omega y = u$$
beschrieben ist, mit positiven Konstanten d, T, ω. Bringen Sie das System in Zustandsform
$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du$$
indem Sie geeignete Matrizen A, B, C, D angeben. Berechnen Sie auch die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms $p_A(\lambda)$ des Systems. (4 P.)

2. * Berechnen Sie für $T = 1$s, $d = 0.5$, und $\omega = 1/100$s die Polstellen des Systems mit Hilfe eines Computertools Ihrer Wahl. (2 B.P.)

3. Betrachten Sie das kinematische Traktormodell aus dem Skript
$$\begin{aligned} \dot{X} &= V\cos\beta, \\ \dot{Y} &= V\sin\beta, \\ \dot{\beta} &= \frac{V}{L}\tan\alpha. \end{aligned}$$
und nehmen Sie an, dass der Traktor fast gerade entlang der $X-$Achse fährt. Während der Zustand X sich fast mit konstanter Geschwindigkeit erhöht, sind die Zustände Y und β fast konstant bei dem Wert Null. Durch kleine Steuerinputs α kann man die $Y-$Position beeinflussen. Wir wollen das SISO System mit $u := \alpha$ als Eingang und $y := Y$ als Ausgang betrachten. Geben Sie die nichtlineare Eingangs-Ausgangsdifferentialgleichung des SISO Systems an. Linearisieren Sie dann das Modell und geben Sie die Eingangs-Ausgangsdifferentialgleichung des LTI-SISO Systems an. Welche Polstellen hat das LTI-SISO System? Ist das System stabil? (6 P.)

4. Ein System ist BIBO-stabil, wenn seine Impulsantwort $g(t) = Ce^{At}B + D\delta(t)$ die Eigenschaft
$$\int_0^\infty |g(t)| \; \mathrm{d}t < \infty$$
hat. Welches der folgenden Systeme (mit positiven Konstanten T, d, τ) ist BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.
   (a) $T^2\ddot{y} + y = u$ (2 P.)
   (b) $T^2\ddot{y} + 2Td\dot{y} + y = \dot{u}$ (2 P.)
   (c) $Ty + y = \dot{u}$ (2 P.)
   (d) $Ty - y = \dot{u}$ (2 P.)
   (e) * $y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} u(t - k\tau)$ (1 B.P.)
   (f) * $y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} u(t - k\tau)$ (1 B.P.)

Ingesamt gibt es 18 Punkte und 4 Bonuspunkte auf diesem Blatt.

ACHTUNG: WICHTIGE MITTEILUNGEN

---

1) Die Mikroklausuren 2,3, und 4 werden an den folgenden Daten von 8-9 Uhr im jeweiligen Vorlesungshörsaal geschrieben:

- Mikroklausur 2: Mittwoch, 18.6.2014, (HS 00-026),
- Mikroklausur 3: Freitag, 4.7.2014, (Kinohörsaal 082 00 006),
- Mikroklausur 4: Freitag, 25.7.2014. (HS 00-026)

2) Am Donnerstag, dem 5. Juni 2014, findet von 18 bis 21 Uhr in den Computerpools 21 und 29 im Mensagebäude (GKA 82) eine extra MATLAB-Übung für Einsteiger statt.