

Übungsblatt 6: Laplacetransformation
(Abgabe am 25.6.2014, 8:15, im Hörsaal, oder früher in Geb. 102, 1. Stock, Anbau, hinten links)

Prof. Dr. Moritz Diehl und Mario Zanon

Auf diesem Blatt wollen wir die Paarung zwischen Funktionen $f(t)$ im Zeitbereich und den zugehörigen Funktionen im Laplace-Bereich anhand einiger Beispiele besser verstehen lernen. Erinnerung: Die Laplacetransformation einer Funktion $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

Man kann $F(s)$ alternativ zur Notation im Skript auch mit dem Symbol $\mathcal{L}[f](s)$ benennen, also

$$\mathcal{L}[f](s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt.$$

Alle auf diesem Blatt stehenden Zeitfunktionen $f(t)$ seien für $t < 0$ identisch mit Null (das erspart uns etwas Notation).

1. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = \delta(t)$. (2 P.)
2. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = \delta(t - T)$, wobei $T > 0$ konstant ist. (2 P.)
3. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = 1$. (2 P.)
4. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } t > T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$, wobei $T > 0$ konstant ist. (2 P.)
5. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = t$. (2 P.)
6. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = \frac{1}{2}t^2$. (2 P.)
7. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = \sin \omega t$, wobei $\omega > 0$ eine Konstante ist. (2 P.)
8. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von $f(t) = 1 - \cos \omega t$, wobei $\omega > 0$ eine Konstante ist. (2 P.)
9. Was ist die Zeitfunktion $f(t)$, deren Laplacetransformierte gegeben ist durch $F(s) = \frac{1}{s}$? (1 P.)
10. Was ist die Zeitfunktion $f(t)$, deren Laplacetransformierte gegeben ist durch $F(s) = \frac{1}{s^2}$? (1 P.)
11. * Was ist die Zeitfunktion $f(t)$, deren Laplacetransformierte gegeben ist durch $F(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$? (2 P.)
12. * Was ist die Zeitfunktion $f(t)$, deren Laplacetransformierte gegeben ist durch $F(s) = \frac{1}{s}e^{-Ks}$, wobei $K > 0$ eine Konstante ist? (2 P.)

Insgesamt gibt es 18 Punkte und 4 Bonuspunkte auf diesem Blatt.

WICHTIGE MITTEILUNG (WIEDERHOLUNG)

Die Mikroklausuren 3 und 4 werden an den folgenden Daten von 8-9 Uhr im jeweiligen Vorlesungshörsaal geschrieben:

- Mikroklausur 3: Freitag, 4.7.2014, (Kinohörsaal 082 00 006),
- Mikroklausur 4: Freitag, 25.7.2014. (HS 00-026)